ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

(Θεωρία Ουρών Αναμονής)

Σύστημα M/M/1 (είσοδος Poisson, εκθετικός χρόνος εξυπηρέτησης, ένα σημείο εξυπηρέτησης δηλαδή s = 1)

Έστω λ ο μέσος ρυθμός αφίξεων και μ ο μέσος ρυθμός εξυπηρέτησης. Τότε

- το μέσο πλήθος πελατών που εξυπηρετούνται στη μονάδα του χρόνου : $L_s = \frac{\lambda}{\mu}$,
- ο βαθμός απασχόλησης του συστήματος: $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$,
- το μέσο πλήθος πελατών στην ουρά αναμονής: $L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$,
- το μέσο πλήθος πελατών στο σύστημα : $L = \frac{\lambda}{\mu-\lambda}$, $L = L_q + L_s = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$,
- ο μέσος χρόνος αναμονής : $W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}$, $W_q = \frac{L_q}{\lambda}$,
- ο μέσος χρόνος παραμονής στο σύστημα: $W = \frac{1}{\mu-\lambda}$, $W = \frac{L}{\lambda}$, $W = W_q + \frac{1}{\mu}$,
- η πιθανότητα να μην υπάρχει κανένα πελάτης στο σύστημα : $P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$,
- η πιθανότητα να βρίσκονται n πελάτες στο σύστημα: $P_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \cdot P_0$,
- η πιθανότητα το πλήθος των πελατών στο σύστημα, έστω *n*, να είναι μεγαλύτερο από έναν αριθμό *k*: $P_{n>k} = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{k+1}$

Σύστημα M/M/s (είσοδος Poisson, εκθετικός χρόνος εξυπηρέτησης, περισσότερα από ένα σημεία εξυπηρέτησης δηλαδή s>1)

Έστω λ ο μέσος ρυθμός αφίξεων και μ ο μέσος ρυθμός εξυπηρέτησης κάθε ομοιόμορφης θέσης εξυπηρέτησης. Τότε:

- ο βαθμός απασχόλησης του συστήματος: $\rho = \dfrac{\lambda}{s \cdot \mu}$,
- η πιθανότητα να μην υπάρχει κανένα πελάτης στο σύστημα: $P_0 = \dfrac{1}{\sum_{n=0}^{s-1}\left[\dfrac{(\lambda/\mu)^n}{n!}\right] + \dfrac{(\lambda/\mu)^s}{s!} \cdot \left(\dfrac{s\mu}{s\mu - \lambda}\right)}$,
- η πιθανότητα να βρίσκονται n πελάτες στο σύστημα: $P_n = \begin{cases} \dfrac{1}{n!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n \cdot P_0, & n \le s \\ \dfrac{1}{s!\, s^{n-s}}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n \cdot P_0, & n > s \end{cases}$
- η πιθανότητα ένας πελάτης να χρειαστεί να περιμένει: $P_w =$ $1 - \sum_{n=0}^{s-1} P_n$, $P_w = \dfrac{1}{s!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^s \left(\dfrac{s\mu}{s\mu - \lambda}\right) P_0$,
- το μέσο πλήθος πελατών στην ουρά αναμονής: $L_q = \dfrac{(\lambda/\mu)^s \lambda\mu}{(s-1)!(s\mu - \lambda)^2} \cdot P_0$,
- το μέσο πλήθος πελατών στο σύστημα: $L = L_q + \dfrac{\lambda}{\mu}$,
- ο μέσος χρόνος αναμονής: $W_q = \dfrac{L_q}{\lambda}$,
- ο μέσος χρόνος παραμονής στο σύστημα: $W = \dfrac{L}{\lambda}$, $W = W_q + \dfrac{1}{\mu}$

Χαρ. Τρικούπη 45, 10681, Αθήνα, (Μετρό Στάση Πανεπιστήμιο), Τηλ.: 2107780514, 6907495403
email: info@synelixis.net, web: www.synelixis.net