ΑΟΡΙΣΤΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ

Αόριστο ολοκλήρωμα	*(Αντίστοιχη) Παράγωγος*
$\int x^{\alpha}dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1},\ x \in (0,+\infty),\ \alpha \in \mathbb{R}-\{-1\}$	$\left(\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}\right)' = x^{\alpha}$
$\int x^{\rho}dx = \frac{x^{\rho+1}}{\rho+1},\ x \in \mathbb{R},\ \rho \in \mathbb{Z}-\{0,-1\}$	$\left(\frac{x^{\rho+1}}{\rho+1}\right)' = x^{\rho}$
$\int x^{n}dx = \frac{x^{n+1}}{n+1},\ x \in \mathbb{R},\ n \in \mathbb{N}$	$\left(\frac{x^{n+1}}{n+1}\right)' = x^{n}$
$\int e^{x}dx = e^{x},\ x \in \mathbb{R}$	$(e^{x})' = e^{x}$
$\int \frac{dx}{x} = \ln\lvert x\rvert,\ x \in \mathbb{R}-\{0\}$	$(\ln\lvert x\rvert)' = \frac{1}{x}$
$\int ημx\,dx = -συνx,\ x \in \mathbb{R}$	$(-συνx)' = ημx$
$\int συνx\,dx = ημx,\ x \in \mathbb{R}$	$(ημx)' = συνx$
$\int \frac{dx}{συν^2x} = εφx,\ x \in \mathbb{R}-\left\{κπ+\frac{π}{2}\right\}$	$(εφx)' = \frac{1}{συν^2x}$
$\int \frac{dx}{ημ^2x} = -σφx,\ x \in \mathbb{R}-\{κπ\}$	$(-σφx)' = \frac{1}{ημ^2x}$
$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = τοξημx,\ \lvert x\rvert < 1$	$(τοξημx)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = -τοξσυνx,\ \lvert x\rvert < 1$	$(τοξσυνx)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\int \frac{dx}{1+x^2} = τοξεφx,\ x \in \mathbb{R}$	$(τοξεφx)' = \frac{1}{1+x^2}$
$\int \frac{dx}{1+x^2} = -τοξσφx,\ x \in \mathbb{R}$	$(τοξσφx)' = -\frac{1}{1+x^2}$

Τεχνικές ολοκλήρωσης

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

$$\int_a^b \{cf(x) + dg(x)\} dx = c\int_a^b f(x)dx + d\int_a^b g(x)dx$$

$$\int_a^b f'(x)dx = [f(x)]_{x=a}^{x=b} = f(b) - f(a)$$

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt = f(x)$$ θεώρημα ολοκληρωτικού λογισμού

$$\int_a^b f'(x)\cdot g(x)dx = [f(x)\cdot g(x)]_{x=a}^{x=b} - \int_a^b f(x)\cdot g'(x)dx$$ παραγοντική ολοκλήρωση

$$\int_a^\infty f(x)dx = \lim_{b\to\infty}\int_a^b f(x)dx$$

Σημειώσεις . Επιμέλεια Δρ. Σωκράτης Σκλάβος,
Χαρ. Τρικούπη, 10681, Αθήνα, (Μετρό Στάση Πανεπιστήμιο), Τηλ.: 2107780514, 6907495403
email: info@synelixis.net, www.synelixis.net

Ασκήσεις

Υπολογισμός Ολοκληρωμάτων

(1) $\int \frac{2x - \sqrt{Arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$

(2) $\int \frac{\sqrt{x} - x^3 e^x + x^2}{x^3} dx$

(3) $\int \frac{(x+1)^2}{x(x^2+1)} dx$

(4) $\int e^{-x^3} \cdot x^2 dx$

(5) $\int \frac{x+2}{2x-1} dx$

(6) $\int \frac{2x}{\sqrt{1-4x}} dx$

7) $\int \frac{\cos^2 x + 1}{\cos 2x + 1} dx$

(8) $\int \frac{\sin x}{\cos x} dx$

*(9) $\int \frac{\sqrt{\alpha^2 - x^2}}{x^2} dx$

(Υποδ. $x = \alpha \cdot \sin t$)

(10) $\int \frac{x}{3x+1} dx$

(11) $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$

(12) $\int \sqrt{\alpha^2 - x^2} dx$

($x = \alpha \cdot \sin t$).

13) $\int t^{k+1} e^{-t} dt, \ k \in N, \ \Gamma(k) = \int t^k \cdot e^{-t} dt$

14) $\int \frac{dx}{(1-x^2)^{3/2}}$. ($x = \sin t$)

Χαρ. Τρικούπη, 10681, Αθήνα, (Μετρό Στάση Πανεπιστήμιο), Τηλ.: 2107780514, 6907495403
email: info@synelixis.net, www.synelixis.net